EJEMPLOS RESUELTOS DE TRABAJO Y ENERGÍA

EJEMPLO 7.1 Sr. Limpio

Un hombre que limpia un piso jala una aspiradora con una fuerza de magnitud $F = 50.0$ N en un ángulo de 30.0° con la horizontal (figura 7.5). Calcule el trabajo consumido por la fuerza sobre la aspiradora a medida que ésta se desplaza 3.00 m hacia la derecha.

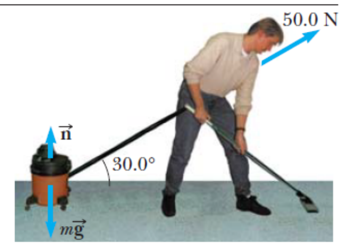

Figura 7.5 (Ejemplo 7.1) Una aspiradora se jala con un ángulo de 30.0° de la horizontal.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 7.5 ayuda a formar ideas de la situación. Piense en una experiencia de su vida en la que jaló un objeto a través del piso con una soga o cuerda.

Categorizar Se aplica una fuerza sobre un objeto, un desplazamiento del objeto y el ángulo entre los dos vectores, de modo que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución. La aspiradora se identifica como el sistema.

Aplique la definición de trabajo (ecuación 7.1):

$$W = F\,\Delta r \cos\theta = (50.0\text{ N})(3.00\text{ m})(\cos 30.0°)$$
$$= \boxed{130\text{ J}}$$

Observe en esta situación que la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$ no realizan trabajo sobre la aspiradora porque estas fuerzas son perpendiculares a su desplazamiento.

EJEMPLO 7.6 Un bloque que se jala sobre una superficie sin fricción

Un bloque de 6.0 kg, inicialmente en reposo, se jala hacia la derecha, a lo largo de una superficie horizontal sin fricción, mediante una fuerza horizontal constante de 12 N. Encuentre la rapidez del bloque después de que se ha movido 3.0 m.

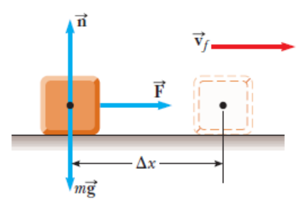

Figura 7.13 (Ejemplo 7.6) Bloque que se jala hacia la derecha sobre una superficie sin fricción mediante una fuerza horizontal constante.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 7.13 ilustra esta situación. Suponga que jala un carro de juguete a través de una mesa con una banda elástica horizontal unida al frente del carro. La fuerza se mantiene constante al asegurar que la banda elástica estirada siempre tiene la misma longitud.

Categorizar Se podrían aplicar las ecuaciones de cinemática para determinar la respuesta, pero practique la aproximación de energía. El bloque es el sistema y tres fuerzas externas actúan en el sistema. La fuerza normal equilibra la fuerza gravitacional en el bloque y ninguna de estas fuerzas que actúan verticalmente realiza trabajo sobre el bloque porque sus puntos de aplicación se desplazan horizontalmente.

Analizar La fuerza externa neta que actúa sobre el bloque es la fuerza horizontal de 12 N.

Hallar el trabajo invertido por esta fuerza en el bloque:

$$W = F\,\Delta x = (12\text{ N})(3.0\text{ m}) = 36\text{ J}$$

Use el teorema trabajo–energía para el bloque y note que su energía cinética inicial es cero:

$$W = K_f - K_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - 0$$

Resuelva para v_f:

$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2(36\text{ J})}{6.0\text{ kg}}} = \boxed{3.5\text{ m/s}}$$

Finalizar Le sería útil resolver este problema de nuevo, al representar el bloque como una partícula bajo una fuerza neta para encontrar su aceleración y luego como una partícula bajo aceleración constante para encontrar su velocidad final.

EJEMPLO CONCEPTUAL 7.7 ¿La rampa reduce el trabajo requerido?

Un hombre quiere cargar un refrigerador en una camioneta con el uso de una rampa a un ángulo θ, como se muestra en la figura 7.14. Él afirma que se debe requerir menos trabajo para cargar la camioneta si la longitud L de la rampa aumenta. ¿Esta afirmación es válida?

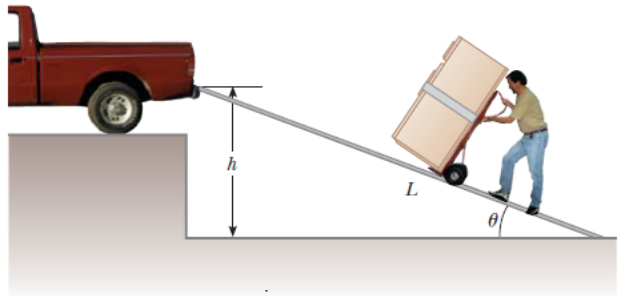

Figura 7.14 (Ejemplo conceptual 7.7) Un refrigerador unido a una carretilla con ruedas sin fricción se mueve por una rampa con rapidez constante.

SOLUCIÓN

No. Suponga que el refrigerador se sube por la rampa en una carretilla con rapidez constante. En este caso, para el sistema del refrigerador y la carretilla, $\Delta K = 0$. La fuerza normal que ejerce la rampa sobre el sistema se dirige 90° al desplazamiento de su punto de aplicación y por lo tanto no realiza trabajo sobre el sistema. Puesto que $\Delta K = 0$, el teorema trabajo–energía cinética produce

$$W_{\text{neto}} = W_{\text{por hombre}} + W_{\text{por gravedad}} = 0$$

El trabajo invertido por la fuerza gravitacional es igual al producto del peso mg del sistema, la distancia L a través de la que se desplaza el refrigerador y $\cos(\theta + 90°)$. En consecuencia,

$$\begin{aligned} W_{\text{por hombre}} &= -W_{\text{por gravedad}} = -(mg)(L)[\cos(\theta + 90°)] \\ &= mgL \operatorname{sen} \theta = mgh \end{aligned}$$

donde $h = L \operatorname{sen} \theta$ es la altura de la rampa. Por lo tanto, el hombre debe realizar la misma cantidad de trabajo mgh sobre el sistema *sin importar* la longitud de la rampa. El trabajo sólo depende de la altura de la rampa. Aunque se requiere menos fuerza con una rampa más larga, el punto de aplicación de dicha fuerza se mueve a través de un mayor desplazamiento.

EJEMPLO 8.1 **Bola en caída libre**

Una bola de masa m se deja caer desde una altura h sobre el suelo, como se muestra en la figura 8.4.

A) Ignore la resistencia del aire y determine la rapidez de la bola cuando está a una altura y sobre el suelo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 8.4 y la experiencia cotidiana con objetos que caen permiten formar ideas de la situación. Aunque este problema se resuelve fácilmente con las técnicas del capítulo 2, practique la aproximación de energía.

Categorizar El sistema se identifica como la bola y la Tierra. Ya que no hay ni resistencia del aire ni alguna otra interacción entre el sistema y el medio ambiente, el sistema es aislado. La única fuerza entre los integrantes del sistema es la fuerza gravitacional, que es conservativa.

Analizar Ya que el sistema es aislado y no existen fuerzas no conservativas actuando dentro del sistema, se aplica el principio de conservación de energía mecánica al sistema bola–Tierra. En el instante cuando la bola se libera, su energía cinética es $K_i = 0$ y la energía potencial gravitacional del sistema es $U_{gi} = mgh$. Cuando la bola está a una distancia y sobre el suelo, su energía cinética es $K_f = \frac{1}{2}mv_f^2$ y la energía potencial en relación con el suelo es $U_{gf} = mgy$.

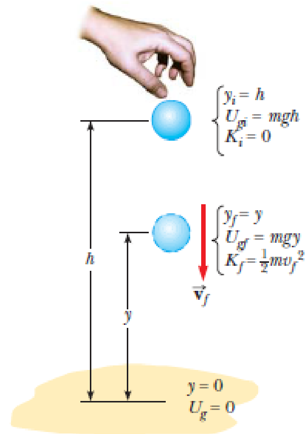

Figura 8.4 (Ejemplo 8.1) Una bola se deja caer desde una altura h sobre el suelo. Al inicio, la energía total del sistema bola–Tierra es energía potencial gravitacional, igual a mgh en relación con el suelo. En la elevación y, la energía total es la suma de las energías cinética y potencial.

Aplique la ecuación 8.10:

$$K_f + U_{gf} = K_i + U_{gi}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy = 0 + mgh$$

Resuelva para v_f:

$$v_f^2 = 2g(h - y) \quad \rightarrow \quad v_f = \sqrt{2g(h - y)}$$

La rapidez siempre es positiva. Si se le pidió hallar la velocidad de la bola, usará el valor negativo de la raíz cuadrada como la componente y para indicar el movimiento hacia abajo.

B) Determine la rapidez de la bola en y si en el instante de liberación ya tiene una rapidez inicial hacia arriba v_i en la altitud inicial h.

SOLUCIÓN

Analizar En este caso, la energía inicial incluye energía cinética igual a $\frac{1}{2}mv_i^2$.

Aplique la ecuación 8.10:

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgh$$

Resuelva para v_f:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2g(h - y) \quad \rightarrow \quad v_f = \sqrt{v_i^2 + 2g(h - y)}$$

Finalizar Este resultado para la rapidez inicial es consistente con la expresión $v_{yf}^2 = v_{yi}^2 - 2g(y_f - y_i)$ de cinemática, donde $y_i = h$. Además, este resultado es válido incluso si la velocidad inicial está en un ángulo con la horizontal (pregunta rápida 8.4) por dos argumentos: 1) la energía cinética, un escalar, sólo depende de la magnitud de la velocidad; y 2) el cambio en la energía potencial gravitacional del sistema sólo depende del cambio en la posición de la bola en la dirección vertical.

EJEMPLO 8.3 El rifle de juguete cargado por resorte

El mecanismo de lanzamiento de un rifle de juguete consiste en un resorte de constante de resorte desconocida (figura 8.6a). Cuando el resorte se comprime 0.120 m, y se dispara verticalmente el rifle, es capaz de lanzar un proyectil de 35.0 g a una altura máxima de 20.0 m arriba de la posición cuando el proyectil deja el resorte.

A) Ignore todas las fuerzas resistivas y determine la constante de resorte.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Piense en el proceso que se ilustra en la figura 8.6. El proyectil parte del reposo, aumenta su velocidad conforme el resorte lo empuja hacia arriba, deja el resorte y después disminuye su velocidad mientras la fuerza gravitacional lo jala hacia abajo.

Categorizar El sistema se identifica como el proyectil, el resorte y la Tierra. Se ignoran la resistencia del aire sobre el proyectil y la fricción en el rifle; de esa manera el sistema se modela como aislado sin fuerzas no conservativas en acción.

Analizar Puesto que el proyectil parte del reposo, su energía cinética inicial es cero. La configuración cero para la energía potencial gravitacional del sistema se elige cuando el proyectil deja el resorte. Para esta configuración, la energía potencial elástica también es cero.

Después de disparar el rifle, el proyectil se eleva a una altura máxima $y_{\text{Ⓒ}}$. La energía cinética final del proyectil es cero.

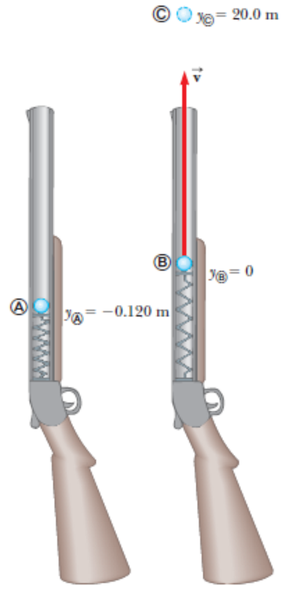

Figura 8.6 (Ejemplo 8.3) Rifle de juguete cargado por resorte a) antes de disparar y b) cuando el resorte se extiende a su longitud relajada.

Escriba una ecuación de conservación de energía mecánica para el sistema, entre los puntos Ⓐ y Ⓒ:

$$K_{\text{Ⓒ}} + U_{g\text{Ⓒ}} + U_{s\text{Ⓒ}} = K_{\text{Ⓐ}} + U_{g\text{Ⓐ}} + U_{s\text{Ⓐ}}$$

Sustituya para cada energía:

$$0 + mgy_{\text{Ⓒ}} + 0 = 0 + mgy_{\text{Ⓐ}} + \tfrac{1}{2}kx^2$$

Resuelva para k:

$$k = \frac{2mg(y_{\text{Ⓒ}} - y_{\text{Ⓐ}})}{x^2}$$

Sustituya valores numéricos:

$$k = \frac{2(0.035\,0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)[20.0\text{ m} - (-0.120\text{ m})]}{(0.120\text{ m})^2} = \boxed{958\text{ N/m}}$$

B) Hallar la rapidez del proyectil a medida que se traslada a través de la posición de equilibrio del resorte, como se muestra en la figura 8.6b.

SOLUCIÓN

Analizar La energía del sistema a medida que el proyectil se traslada a través de la posición de equilibrio del resorte, sólo incluye la energía cinética del proyectil $\frac{1}{2}mv_{\text{Ⓑ}}^2$.

Escriba una ecuación de conservación de energía mecánica para el sistema, entre los puntos Ⓐ y Ⓑ:

$$K_{\text{Ⓑ}} + U_{g\text{Ⓑ}} + U_{s\text{Ⓑ}} = K_{\text{Ⓐ}} + U_{g\text{Ⓐ}} + U_{s\text{Ⓐ}}$$

Sustituya para cada energía:

$$\tfrac{1}{2}mv_{\text{Ⓑ}}^2 + 0 + 0 = 0 + mgy_{\text{Ⓐ}} + \tfrac{1}{2}kx^2$$

Resuelva para $v_{\text{Ⓑ}}$:

$$v_{\text{Ⓑ}} = \sqrt{\frac{kx^2}{m} + 2gy_{\text{Ⓐ}}}$$

Sustituya valores numéricos:

$$v_{\text{Ⓑ}} = \sqrt{\frac{(958\text{ N/m})(0.120\text{ m})^2}{(0.035\,0\text{ kg})} + 2(9.80\text{ m/s}^2)(-0.120\text{ m})} = \boxed{19.8\text{ m/s}}$$

Finalizar Este es el primer ejemplo en el que se han incluido dos tipos de energía potencial.

EJEMPLO 8.4 Se jala un bloque sobre una superficie rugosa

Un bloque de 6.0 kg, inicialmente en reposo, se jala hacia la derecha a lo largo de una superficie horizontal mediante una fuerza horizontal constante de 12 N.

A) Encuentre la rapidez del bloque después de que se mueve 3.0 m si las superficies en contacto tienen un coeficiente de fricción cinética de 0.15.

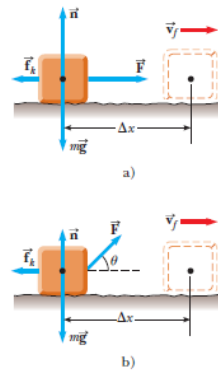

Figura 8.8 (Ejemplo 8.4) a) Se jala un bloque hacia la derecha sobre una superficie rugosa mediante una fuerza horizontal constante. b) La fuerza aplicada está en un ángulo θ con la horizontal.

SOLUCIÓN

Conceptualizar En este caso el ejemplo 7.6 se modifica de tal manera que la superficie ya no es sin fricción. La superficie rugosa aplica una fuerza de fricción sobre el bloque, opuesta a la fuerza aplicada. Como resultado, se espera que la rapidez sea menor que la encontrada en el ejemplo 7.6.

Categorizar El bloque se jala mediante una fuerza y la superficie es rugosa, de modo que el sistema bloque–superficie se representa como no aislado con una fuerza no conservativa en acción.

Analizar La figura 8.8a ilustra esta situación. Ni la fuerza normal ni la fuerza gravitacional realizan trabajo sobre el sistema porque sus puntos de aplicación se desplazan horizontalmente.

Encuentre el trabajo invertido en el sistema por la fuerza aplicada tal como en el ejemplo 7.6:

$$W = F\Delta x = (12\text{N})(3.0 \text{ m}) = 36 \text{ J}$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al bloque en la dirección vertical:

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad n - mg = 0 \quad \rightarrow \quad n = mg$$

Encuentre la magnitud de la fuerza de fricción:

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg = (0.15)(6.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 8.82 \text{ N}$$

Hallar la rapidez final del bloque a partir de la ecuación 8.14:

$$\tfrac{1}{2}mv_f^{\,2} = \tfrac{1}{2}mv_i^{\,2} - f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}}$$

$$v_f = \sqrt{v_i^{\,2} + \frac{2}{m}\left(-f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}}\right)}$$

$$= \sqrt{0 + \frac{2}{6.0 \text{ kg}}[-(8.82 \text{ N})(3.0 \text{ m}) + 36 \text{ J}]} = \boxed{1.8 \text{ m/s}}$$

Finalizar Como se esperaba, este valor es menor que los 3.5 m/s encontrados en el caso del bloque que se desliza sobre una superficie sin fricción (véase el ejemplo 7.6).

B) Suponga que la fuerza $\vec{F}$ se aplica en un ángulo θ, como se muestra en la figura 8.8b. ¿En qué ángulo se debe aplicar la fuerza para lograr la mayor rapidez posible después de que el bloque se mueve 3.0 m hacia la derecha?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Puede suponer que $\theta = 0$ daría la mayor rapidez porque la fuerza tendría la mayor componente posible en la dirección paralela a la superficie. Sin embargo, piense en un ángulo arbitrario distinto de cero. Aunque la componente horizontal de la fuerza se redujera, la componente vertical de la fuerza reduciría la fuerza normal, lo que a su vez reduce la fuerza de fricción, esto sugiere que la rapidez se podría maximizar al jalar en un ángulo distinto de $\theta = 0$.

Categorizar Como en el inciso A), el sistema bloque–superficie se modela como no aislado con una fuerza no conservativa en acción.

Analizar Encuentre el trabajo invertido por la fuerza aplicada, y señalando que $\Delta x = d$ porque la trayectoria seguida por el bloque es una línea recta:

$$W = F\Delta x \cos\theta = Fd\cos\theta$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al bloque en la dirección vertical:

$$\sum F_y = n + F\,\text{sen}\,\theta - mg = 0$$

Resuelva para n:

$$n = mg - F\,\text{sen}\,\theta$$

Aplique la ecuación 8.14 para encontrar la energía cinética final para esta situación:

$$K_f = K_i - f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}}$$

$$= 0 - \mu_k nd + Fd\cos\theta = -\mu_k(mg - F\,\text{sen}\,\theta)d + Fd\cos\theta$$

Maximizar la rapidez es equivalente a maximizar la energía cinética final. En consecuencia, derivando K_f respecto de θ e iguale el resultado a cero:

$$\frac{d(K_f)}{d\theta} = -\mu_k(0 - F\cos\theta)d - Fd\,\text{sen}\,\theta = 0$$

$$\mu_k\cos\theta - \text{sen}\,\theta = 0$$

$$\tan\theta = \mu_k$$

Evalúe θ para $\mu_k = 0.15$:

$$\theta = \tan^{-1}(\mu_k) = \tan^{-1}(0.15) = \boxed{8.5°}$$

Finalizar Note que el ángulo en que la rapidez del bloque es un máximo, de hecho no es $\theta = 0$. Cuando el ángulo supera 8.5°, la componente horizontal de la fuerza aplicada es demasiado pequeña para compensarse mediante la fuerza de fricción reducida y la rapidez del bloque comienza a disminuir de su valor máximo.

Ejemplo 6.10 Fuerza y potencia

Cada uno de los dos motores a reacción de un avión Boeing 767 desarrolla un empuje (fuerza hacia adelante sobre el avión) de 197,000 N (44,300 lb). Cuando el avión está volando a 250 m/s (900 km/h o aproximadamente 560 mi7h), ¿cuántos caballos de potencia desarrolla cada motor?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La incógnita es la potencia instantánea P, que es la rapidez con que el empuje efectúa trabajo.

PLANTEAR: Usamos la ecuación (6.18). El empuje tiene la dirección del movimiento, así que $F_{\|}$ es simplemente igual al empuje.

EJECUTAR: Con $v = 250$ m/s, cada motor desarrolla una potencia:

$$P = F_{\|}v = (1.97 \times 10^5\ \text{N})(250\ \text{m/s}) = 4.93 \times 10^7\ \text{W}$$
$$= (4.93 \times 10^7\ \text{W})\frac{1\ \text{hp}}{746\ \text{W}} = 66{,}000\ \text{hp}$$